Ejemplo 1.8 (Página 248).

INTRODUCCIÓN A ESTUDIO DEL ELEMENTO FINITO EN INGENIERÍA
SEGUNDA EDICIÓN
Tirupathi R. Chandrupatla – Ashok D. Belegundu
Prentice Hall, México, 1999

Para la viga[1] y carga mostrada en la figura E8.1, determine los pendientes en 2 y 3 y la deflexión vertical en le punto medio de la carga distribuida. E=200GPa, I=4*10^6 mm4

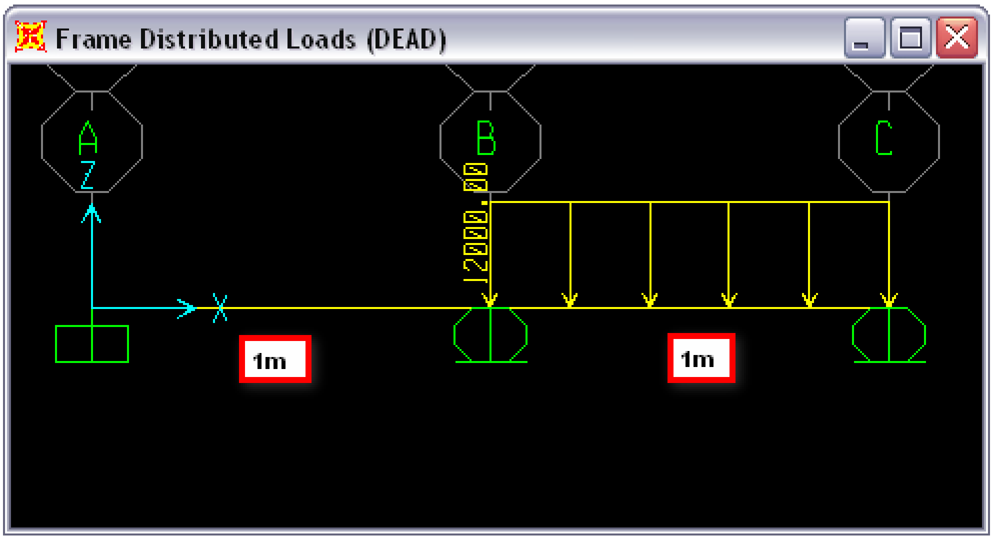


Figura E-8.1

Solución.

El fin principal del ejemplo, es mostrar una comparación de los resultados que se obtiene de analizar la viga con sap2000 y los resultados de un proceso detallado mediante el *método de los elementos finitos*, que para este caso está programado en matCAD. No se consideran los efectos por cortante en los elementos.

[1] Sección trasversal del elemento es: 48mm*100mm

1 Convenciones

Para modelar la viga mediante elementos finitos se toma un sistema de de orientación global, la misma que viene por defecto en Sap2000, para este caso se analizará en el plano X-Z como muestra la figura 1.12.1, que muestra la numeración de los nudos y de los elementos.

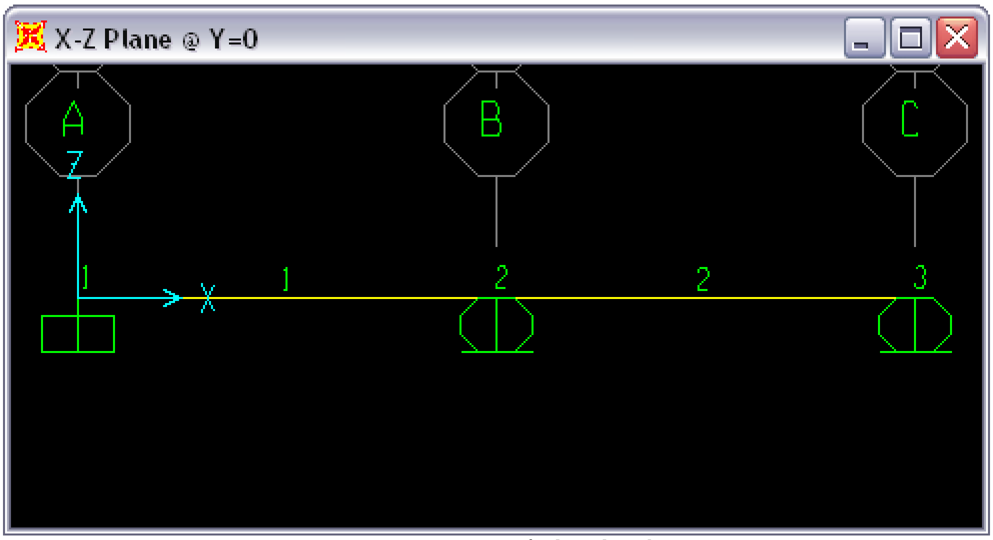


Figura: E-8.1.1 – numeración de nudos y barras

Seguidamente se establece el nudo inicial y final para cada elemento con la cual queda implícitamente establecida la orientación local.

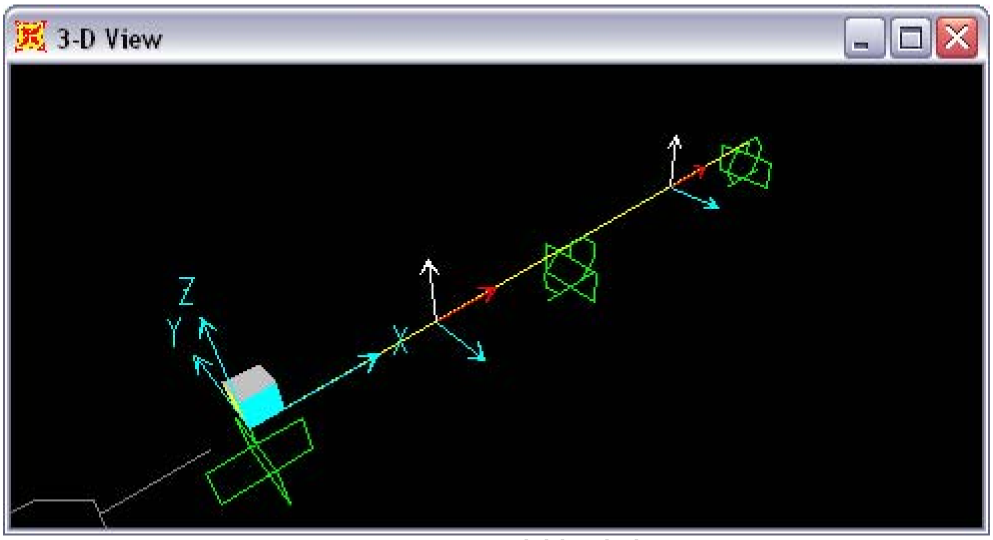


Figura: E-8.1.2 – conectividad de cada elemento

Luego, se ordena los argumentos

2. ARGUMENTOS

Para realizar el análisis por el Método de Elementos Finitos es necesario ordenar los argumentos de la siguiente manera

2.1 Nudos

Las coordenadas de los nudos considerados en la estructura
columna 1: coordenada "x" del nudo en el sistema global
columna 2: coordenada "y" del nudo en el sistema global

NODE :=

	1	2
1	0	0
2	1	0
3	2	0

2.2 Propiedades de los elementos

Las propiedades de la sección trasversal de los elementos y del material que está compuesto, cada fila representa una propiedad distinta y las columnas son:
columna 1: momento de inercia
columna 2: módulo de elasticidad del material

PROP :=

	1	2
1	$4 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{11}$

2.3 Elementos

Cada fila representa una barra, contiene la información de la conectividad del elemento en el sistema, cada columna representa:
columna 1: nudo inicial del elemento
columna 2: nudo final del elemento
columna 3: número de propiedad del elemento

MEMB :=

	1	2	3
1	1	2	1
2	2	3	1

2.4 Restricciones - Apoyos

Cada fila representa un apoyo de la estructura, las columnas informan el comportamiento para cada grado de libertad, la convención es:

- "1" para los grados de libertad de desplazamiento libre
- "Valor del desplazamiento" para los grados de libertad restringidos.

Cada columna representa:
columna 1: número del nudo donde existe el apoyo
columna 2: "uy?" información del desplazamiento en la dirección "y" global
columna 3: "Rz?" iinformación de la rotación en el eje "z" global

SUPP :=

	1	2	3
1	1	0	0
2	2	0	1
3	3	0	1

2.5 Cargas

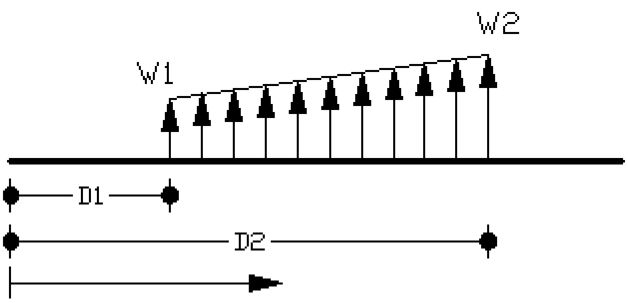
Cargas\Cargas en nudos

Cargas\Carga Puntual en Elemento

Cargas\Carga Repartida Trapezoidal

2.5.3 Carga Repartida Trapezoidal

MLY := 0



Cada columna representa:
Col_1: número de elemento
Col_2: carga Inicial.
Col_3: carga Final
Col_4: distancia inicial
Col_5: distancia final

MLY :=

	1	2	3	4	5
1	2	$-1.2\cdot10^{4}$	$-1.2\cdot10^{4}$	0	1

Cargas\Carga Repartida Trapezoidal

3. MATRIZ DE RIGIDEZ RESPECTO AL SISTEMA GLOBAL DE LOS ELEMENTOS

Reference:D:\FEM\Vigas2D\0 VIGA2D_FUNCIONES.xmcd

Obteniendo la matriz de rigidez respecto al sistema global para el elemento: $m := 1$

3.1 Matriz de rigidez respecto al sistema local

- Momento de inercia respecto al eje z

$$I(m) = 4 \times 10^{-6}$$

- Módulo de elasticidad del material

$$E(m) = 2 \times 10^{11}$$

- Longitud del elemento

$$\sqrt{\left(x_f(m) - x_i(m)\right)^2 + \left(y_f(m) - y_i(m)\right)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1$$

$$l(m) = 1$$

reemplazando estos valores, resuta:

$$gdl(m)^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$k_e(m) = \begin{pmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 \\ 6 & 4 & -6 & 2 \\ -12 & -6 & 12 & -6 \\ 6 & 2 & -6 & 4 \end{pmatrix} \cdot 10^5 \cdot 8 \qquad gdl(m) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

..... se procede de igual manera para cada elemento

3.4 Matriz de rigidez total ensamblado

Seguidamente se ensambla en una sola matriz según los grados de libertad, lo que resulta.

$$K = \begin{pmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & -6 & 2 & 0 & 0 \\ -12 & -6 & 24 & 0 & -12 & 6 \\ 6 & 2 & 0 & 8 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & -12 & -6 & 12 & -6 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & -6 & 4 \end{pmatrix} \cdot 10^5 \cdot 8$$

4. VECTOR DE FUERZAS NODALES EQUIVALENTES

Reference:D:\FEM\Vigas2D\0 VIGA2D_FUNCIONES.xmcd

4.1 Vector de carga nodal equivalente(de las cargas puntuales en nudos)

Las cargas en los nudos se ensamblan directamente en el vector de fuerzas expresados en coordenadas globales(para vigas el sistema de corrdenada global y el sistema de coordenadas locales coinciden)

$$NLFnudos = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

No existe cargas directamente en los nudos para la viga analizada.

4.2 Vector de carga nodal equivalente (de cargas que actuan en el elemento(puntual,trapezoidal))

En este caso se obtiene el momento de empotramiento perfecto para cada carga en todos los elementos y se ensanbla en un vector con signo cambiado.

Para la viga existe una carga distribuida constante en el elemento 2. Las funciones de interpolación se utiliza tambien para reducir las cargas a los grados de libertad de los nudos.

Número del elemento: $m := 2$

Longitud del elemento: $l(m) = 1$

Distancia a la carga desde el nudo inicial: $d1 := 0$

Carga a la distancia d1: $q1 := -12000 \ \frac{N}{m}$

Distancia a la carga desde el nudo final: $d2 := 1$

Carga a la distancia d2: $q2 := -12000 \ \frac{N}{m}$

con los arqumentos, la ecuación de la carga es:

$q(x, q1, q2, d1, d2) \ = \ -12000$ constante a lo largo del elemento

y los momentops de empotramiento perfecto resulta

$$MEP\_MLY(m, x, q1, q2, d1, d2) \rightarrow \begin{pmatrix} 6000 \\ 1000 \\ 6000 \\ -1000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \times 10^{3} \\ 1 \times 10^{3} \\ 6 \times 10^{3} \\ -1 \times 10^{3} \end{pmatrix} \qquad gdl(m) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Estos resultados se ensambla en el vector de momentos de empotramiento perfecto de todas las cargas que actúan en los elementos.

$$\text{MEPbarras} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \times 10^{3} \\ 1 \times 10^{3} \\ 6 \times 10^{3} \\ -1 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

4.3 Finalmente, el vector de carga nodal equivalente resulta

F= -NLFnudos - MEPbarras)

$$-\text{NLFnudos} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad + \quad -\text{MEPbarras} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \times 10^{3} \\ -1 \times 10^{3} \\ -6 \times 10^{3} \\ 1 \times 10^{3} \end{pmatrix} \quad = \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \times 10^{3} \\ -1 \times 10^{3} \\ -6 \times 10^{3} \\ 1 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

5 DESPLAZAMIENTOS EN NUDOS

Reference:D:\FEM\Vigas2D\0 VIGA2D_FUNCIONES.xmcd

5.1 Imponiendo las condiciones de contorno

La matriz de rigidez total(K) de la estructura obtenido anteriormente está libre en todos sus grados de libertad(desplazamiento libre), pero como la estructura cuenta con apoyos en las cuales los desplazameintos son nulos, se modifica "K" para tal efecto.

$$Km = \begin{pmatrix} 1\times10^{307} & 4.8\times10^{6} & -9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} & 0 & 0 \\ 4.8\times10^{6} & 1\times10^{307} & -4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & 0 & 0 \\ -9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1\times10^{307} & 0 & -9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} \\ 4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & 0 & 6.4\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} \\ 0 & 0 & -9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1\times10^{307} & -4.8\times10^{6} \\ 0 & 0 & 4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 3.2\times10^{6} \end{pmatrix}$$

Modificando el vector de fuerzas, según a los desplazamientos en los apoyos.

$$Fm = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1\times10^{3} \\ 0 \\ 1\times10^{3} \end{pmatrix}$$

5.2 Matriz aumentada

Teniendo los coeficientes de las incógnitas(Km) y los términos independientes(F) de las ecuaciones simultáneas que se forman para cada grado de libertad en los nudos, existe muchas maneras para resolver la ecuación. Formando la matriz aumentada

$$\mathrm{augment}(Km, Fm) = \begin{pmatrix} 1\times10^{307} & 4.8\times10^{6} & -9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} & 0 & 0 & 0 \\ 4.8\times10^{6} & 1\times10^{307} & -4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & 0 & 0 & 0 \\ -9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1\times10^{307} & 0 & -9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} & 0 \\ 4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & 0 & 6.4\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & -1\times10^{3} \\ 0 & 0 & -9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1\times10^{307} & -4.8\times10^{6} & 0 \\ 0 & 0 & 4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 3.2\times10^{6} & 1\times10^{3} \end{pmatrix}$$

5.3 Resolviendo la ecuacicón

la ecuación anterior en su forma escalonada reducida

$$\mathrm{rref}\left(\mathrm{augment}(Km, Fm)\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2.679 \times 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4.464 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

5.4 Los desplazamientos

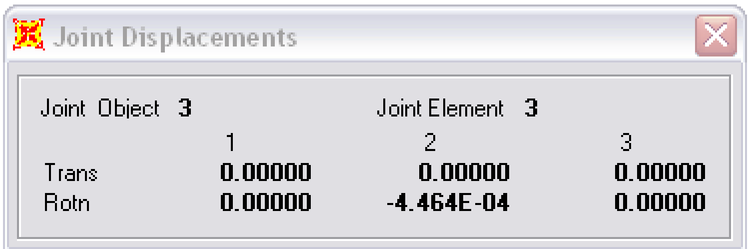
$$D^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2.679 \times 10^{-4} & 0 & 4.464 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Ordenando

$$NDIS = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2.679 \times 10^{-4} \\ 3 & 0 & 4.464 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Donde:
Columna 1: Número del nudo
Columna 2: Reacción e Y(Sistema Global)
Columna 3: Giro en

Para comparar, se muestra en el siguiente cuadro los desplazamientos obtenidos con un análisis realizado en sap2000 12.0.0 Educacional.



en forma de tabla

$$NDIS = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -0.000268 \\ 3 & 0 & 0.000446 \end{pmatrix}$$

TABLE: Joint Displacements						
Joint	**U1**	**U2**	**U3**	**R1**	**R2**	**R3**
Text	m	m	m	Radians	Radians	Radians
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0.000268	0
3	0	0	0	0	-0.000446	0

se obserava que coinciden ambos resultados, entonces puede ser que sap2000 12.0.0 utilice estas mismas formas de analizar la estructura.

6 REACCIONES EN LOS APOYOS

La matriz de rigidez total de la estructura es.

$$K = \begin{pmatrix} 9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} & -9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} & 0 & 0 \\ 4.8\times10^{6} & 3.2\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & 0 & 0 \\ -9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1.92\times10^{7} & 0 & -9.6\times10^{6} & 4.8\times10^{6} \\ 4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & 0 & 6.4\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} \\ 0 & 0 & -9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 9.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} \\ 0 & 0 & 4.8\times10^{6} & 1.6\times10^{6} & -4.8\times10^{6} & 3.2\times10^{6} \end{pmatrix}$$

el vector de desplazamientos:

$$D^{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2.679\times10^{-4} & 0 & 4.464\times10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$K\cdot D + MEPbarras + NLFnudos = \begin{pmatrix} -1285.714 \\ -428.571 \\ 8142.857 \\ -0 \\ 5142.857 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ordenado :

$$\begin{array}{cccc} & \text{nudo} & Ry & Mz \\ REAC = & \multicolumn{3}{c}{\begin{pmatrix} 1 & -1285.714286 & -428.571429 \\ 2 & 8142.857143 & -0 \\ 3 & 5142.857143 & 0 \end{pmatrix}} \end{array}$$

Con la finalidad de comparar, el siguiente cuadro muestra los resultados de analizar con sap2000 12.0.0.

TABLE: Joint Reactions						
Joint	**F1**	**F2**	**F3**	**M1**	**M2**	**M3**
Text	N	N	N	N-m	N-m	N-m
1	0	0	-1285.71429	0	428.571429	0
2	0	0	8142.857143	0	0	0
3	0	0	5142.857143	0	0	0

Se observa que los resultados son los mismos.

6 ESFUERZOS EN LOS EXTREMOS DE LOS ELEMENTOS

Reference:D:\FEM\Vigas2D\0 VIGA2D_FUNCIONES.xmcd

Obteniendo los resultados para el elemento $m := 2$

6.1 Matriz de rigidez respecto al sistema local

$$k_e(m) = \begin{pmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 \\ 6 & 4 & -6 & 2 \\ -12 & -6 & 12 & -6 \\ 6 & 2 & -6 & 4 \end{pmatrix} \cdot 8 \cdot 10^5$$

6.2 Desplazamientos en los nudos del elemento en el sistema local

$$De(m) = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.679 \times 10^{-4} \\ 0 \\ 4.464 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Grados de libertad de los nudos

$$gdl(m) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

6.4 Esfuerzos en los extremos del elemento

$$k_e(m) \cdot De(m) = \begin{pmatrix} 857.143 \\ -142.857 \\ -857.143 \\ 1 \times 10^3 \end{pmatrix} \qquad gdl(m) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

6.5 Los momentos de empotramiento perfecto para el elemeto "m"

Los esfuerzos obtenidos en 6.4 debe ser corregido por lo momentos de empotramiento perfecto.

$$MEP(2) = \begin{pmatrix} 6 \times 10^3 \\ 1 \times 10^3 \\ 6 \times 10^3 \\ -1 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

sumando al anterior, resulta.

$$k_e(m) \cdot De(m) + MEP(m) = \begin{pmatrix} 6.857 \times 10^3 \\ 857.143 \\ 5.143 \times 10^3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

.... de igual manera para cada elemento

Resumiendo para todos los elementos, se tiene:

MFOR =

	1	2	3	4
1	1	1	-1285.714286	-428.571429
2	1	2	1285.714286	-857.142857
3	2	2	6857.142857	857.142857
4	2	3	5142.857143	0

Donde:
columna 1: número de elemento
columna 2: número de nudo
columna 3: exfeurzo axial
columna 4: esfuerzo cortante
columna 5: momento flector

Los resultados Obtenidos con sap20000 12.0.0 se muestra en el cuadro.

TABLE: Element Joint Forces - Frames							
Frame	**Joint**	**F1**	**F2**	**F3**	**M1**	**M2**	**M3**
Text	Text	N	N	N	N-m	N-m	N-m
1	1	0	0	-1285.71429	0	428.571429	0
1	2	0	0	1285.714286	0	857.142857	0
2	2	0	0	6857.142857	0	-857.142857	0
2	3	0	0	5142.857143	0	-2.274E-13	0

los resultados son los mismos

7. LEYES DE ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS

Se obtendrán las ecuaciones que gobiernan los desplazamientos en todo el elemento, por esta razón todo está referido de acuerdo a su sistema de orientación local. Con la finalidad de obtener el gráfico desde pares de puntos, se evaluará las ecuaciones para "n" puntos sobre el elemento.

Cada elemento se trata como a una estructura completa: con nudos en sus extremos que están sometidos a desplazamientos iniciales, que son los desplazamientos que se obtuvieron en el proceso anterior; Con cargas puntuales actuando en sus apoyos, que son los esfuerzos en los extremos del elemento que se obtuvieron en el proceso anterior, y además, todas las cargas que actúa sobre el elemento.

Analizando para el elemento: m=2

Se dividirá el elemento 10 segmentos que hacen 11 nudos.

Para realizar el análisis por el Método de Elementos Finitos es necesario ordenar los argumentos de la siguiente manera

2.1 Nudos

Las coordenadas de los nudos considerados en la estructura
columna 1: coordenada "x" del nudo en el sistema global
columna 2: coordenada "y" del nudo en el sistema global

NODE :=

	1	2
1	0	0
2	0.1	0
3	0.2	0
4	0.3	0
5	0.4	0
6	0.5	0
7	0.6	0
8	0.7	0
9	0.8	0
10	0.9	0
11	1	0

2.2 Propiedades de los elementos

Las propiedades de la sección trasversal de los elementos y del material que está compuesto, cada fila representa una propiedad distinta y las columnas son:
columna 1: momento de inercia
columna 2: módulo de elasticidad del material

PROP :=

	1	2
1	$4\cdot10^{-6}$	$2\cdot10^{11}$

2.3 Elementos

Cada fila representa una barra, contiene la información de la conectividad del elemento en el sistema, cada columna representa:
columna 1: nudo inicial del elemento
columna 2: nudo final del elemento
columna 3: número de propiedad del elemento

MEMB :=

	1	2	3
1	1	2	1
2	2	3	1
3	3	4	1
4	4	5	1
5	5	6	1
6	6	7	1
7	7	8	1
8	8	9	1
9	9	10	1
10	10	11	1

2.4 Restricciones - Apoyos

Cada fila representa un apoyo de la estructura, las columnas informan el comportamiento para cada grado de libertad, la convención es:

- "1" para los grados de libertad de desplazamiento libre
- "Valor del desplazamiento" para los grados de libertad restringidos.

Cada columna representa:
columna 1: número del nudo donde existe el apoyo
columna 2: "uy?" información del desplazamiento en la dirección "y" global
columna 3: "Rz?" iinformación de la rotación en el eje "z" global

SUPP :=

	1	2	3
1	1	0	$-2.679 \cdot 10^{-4}$
2	11	0	$4.464 \cdot 10^{-4}$

2.5 Cargas

Cargas\Cargas en nudos

2.5.1 cargas en nudos(NLF)

NLF := 0

Se requiere las cargas en los nudos, si los hubiera, cada columna representa.
Columna 1: Número del nudo
Columna 2: carga puntual en la dirección global Y.
Columna 3: momento concentrado en la dirección global z.

NLF :=

	1	2	3

1	1	$6.857 \cdot 10^3$	857.143
2	11	$5.143 \cdot 10^3$	0

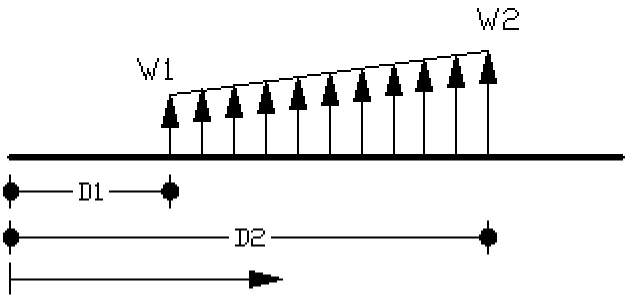
Cargas\Cargas en nudos

Cargas\Carga Puntual en Elemento

Cargas\Carga Repartida Trapezoidal

2.5.3 Carga Repartida Trapezoidal

MLY := 0



Cada columna representa:
Col_1: número de elemento
Col_2: carga Inicial.
Col_3: carga Final
Col_4: distancia inicial
Col_5: distancia final

MLY :=

	1	2	3	4	5
1	1	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
2	2	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
3	3	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
4	4	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
5	5	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
6	6	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
7	7	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
8	8	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
9	9	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1
10	10	$-1.2 \cdot 10^4$	$-1.2 \cdot 10^4$	0	0.1

Cargas\Carga Repartida Trapezoidal

Reference:D:\FEM\Vigas2D\0 VIGA2D_FUNCIONES.xmcd

7.1 leyes de desplazamientos

nudo desplazamiento Rotación

NDIS =

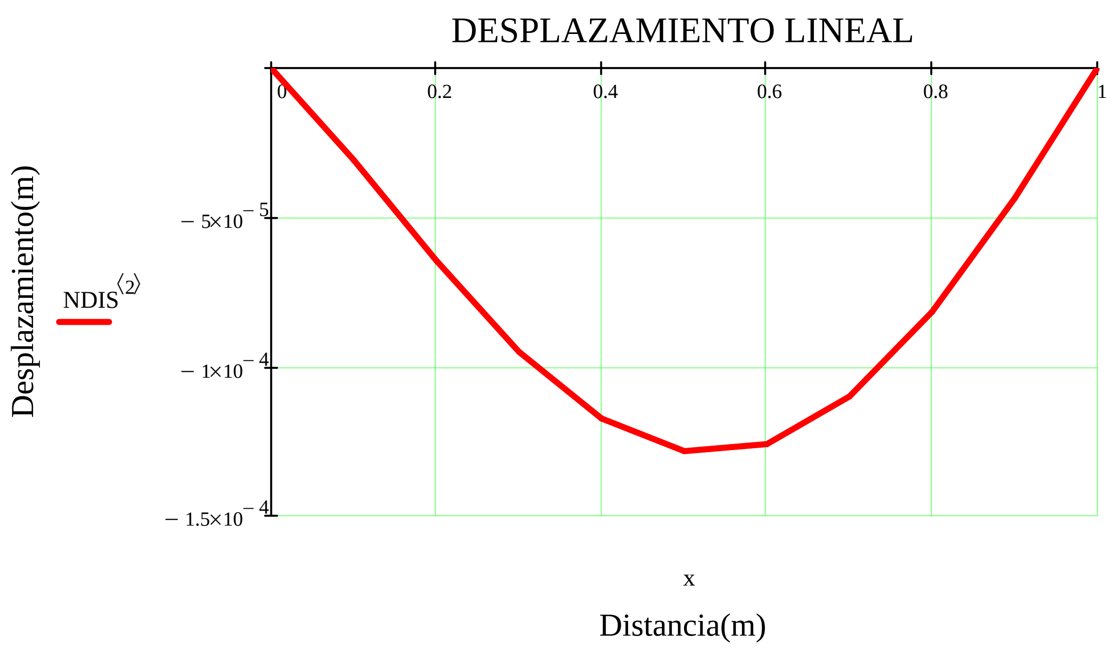
	1	2	3
1	1	0	-0.000268
2	2	-0.000031	-0.000335
3	3	-0.000065	-0.000331
4	4	-0.000095	-0.000271
5	5	-0.000117	-0.000171
6	6	-0.000128	-0.000045
7	7	-0.000126	0.000092
8	8	-0.00011	0.000225
9	9	-0.000082	0.000338
10	10	-0.000044	0.000417
11	11	0	0.000446

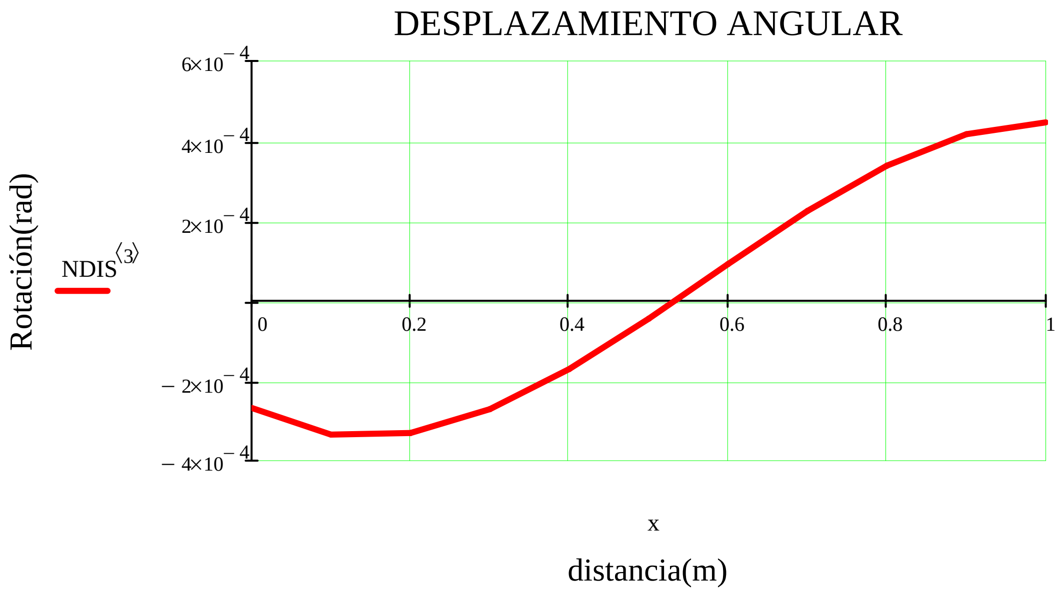
Puntos en que se evaluan los resultados a lo largo del elemento

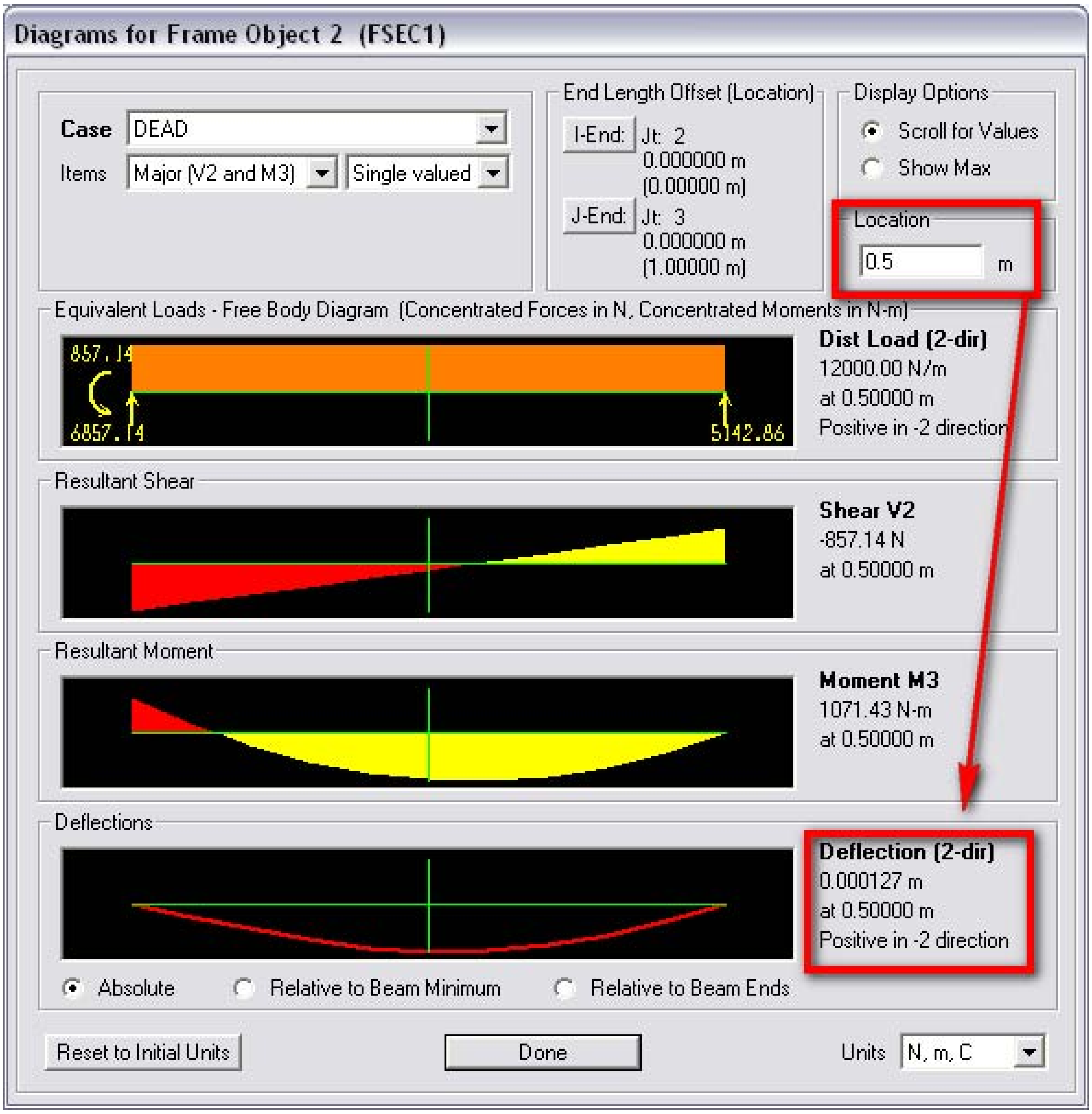
$$x := \left|\begin{array}{l} li \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..11 \\ \quad \left|\begin{array}{l} x_{i,1} \leftarrow li \\ li \leftarrow \dfrac{1}{11-1} + li \end{array}\right. \\ x \end{array}\right.$$

x =

	1
1	0
2	0.1
3	0.2
4	0.3
5	0.4
6	0.5
7	0.6
8	0.7
9	0.8
10	0.9
11	1




DESPLAZAMIENTO ANGULAR
Rotación(rad)
NDIS⟨3⟩
6×10⁻⁴
4×10⁻⁴
2×10⁻⁴
− 2×10⁻⁴
− 4×10⁻⁴
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
x
distancia(m)


Diagrams for Frame Object 2 (FSEC1)
Case DEAD
Items Major (V2 and M3) Single valued
End Length Offset (Location)
I-End: Jt: 2 0.000000 m (0.00000 m)
J-End: Jt: 3 0.000000 m (1.00000 m)
Display Options
Scroll for Values
Show Max
Location
0.5 m
Equivalent Loads - Free Body Diagram (Concentrated Forces in N, Concentrated Moments in N-m)
857.14
6857.14
5142.86
Dist Load (2-dir)
12000.00 N/m
at 0.50000 m
Positive in -2 direction
Resultant Shear
Shear V2
-857.14 N
at 0.50000 m
Resultant Moment
Moment M3
1071.43 N-m
at 0.50000 m
Deflections
Deflection (2-dir)
0.000127 m
at 0.50000 m
Positive in -2 direction
Absolute
Relative to Beam Minimum
Relative to Beam Ends
Reset to Initial Units
Done
Units N, m, C

Comparando los resultados con los de SAP2000 12.0.0, se obtiene los mismos resultados.

7.2 Leyes de esfuerzos

Elemento Nudo Cortante Momento

MFOR =

	1	2	3	4
5	3	3	4456.8	-274.4
6	3	4	-3256.8	660.08
7	4	4	3256.8	-660.08
8	4	5	-2056.8	925.76
9	5	5	2056.8	-925.76
10	5	6	-856.8	1071.44
11	6	6	856.8	-1071.44
12	6	7	343.2	1097.12
13	7	7	-343.2	-1097.12
14	7	8	1543.2	1002.8
15	8	8	-1543.2	-1002.8
16	8	9	2743.2	788.48
17	9	9	-2743.2	-788.48
18	9	10	3943.2	454.16
19	10	10	-3943.2	-454.16
20	10	11	5143.2	...

Esfuerzos internos ordenados

$$
\begin{aligned}
MFORo := \; & a \leftarrow 1 \\
& \text{for } i \in 1,3..\text{rows}(MFOR) \\
& \quad MFORo_{a,1} \leftarrow x_a \\
& \quad MFORo_{a,2} \leftarrow -MFOR_{i,3} \\
& \quad MFORo_{a,3} \leftarrow -MFOR_{i,4} \\
& \quad a \leftarrow a + 1 \\
& MFORo_{\text{rows}(x),1} \leftarrow x_{\text{rows}(x)} \\
& MFORo_{\text{rows}(x),2} \leftarrow MFOR_{i+1,3} \\
& MFORo_{\text{rows}(x),3} \leftarrow MFOR_{i+1,4} \\
& MFORo
\end{aligned}
$$

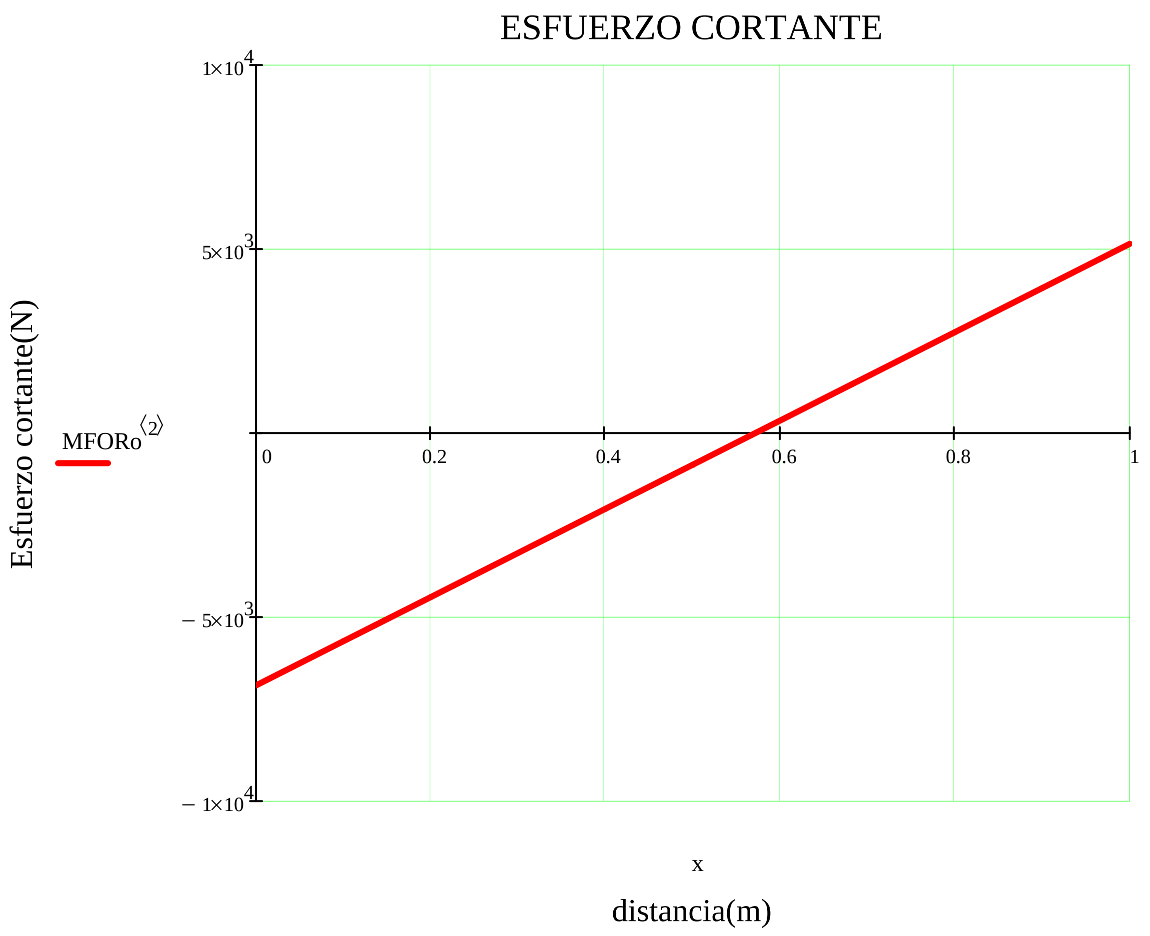
Comparando resultados

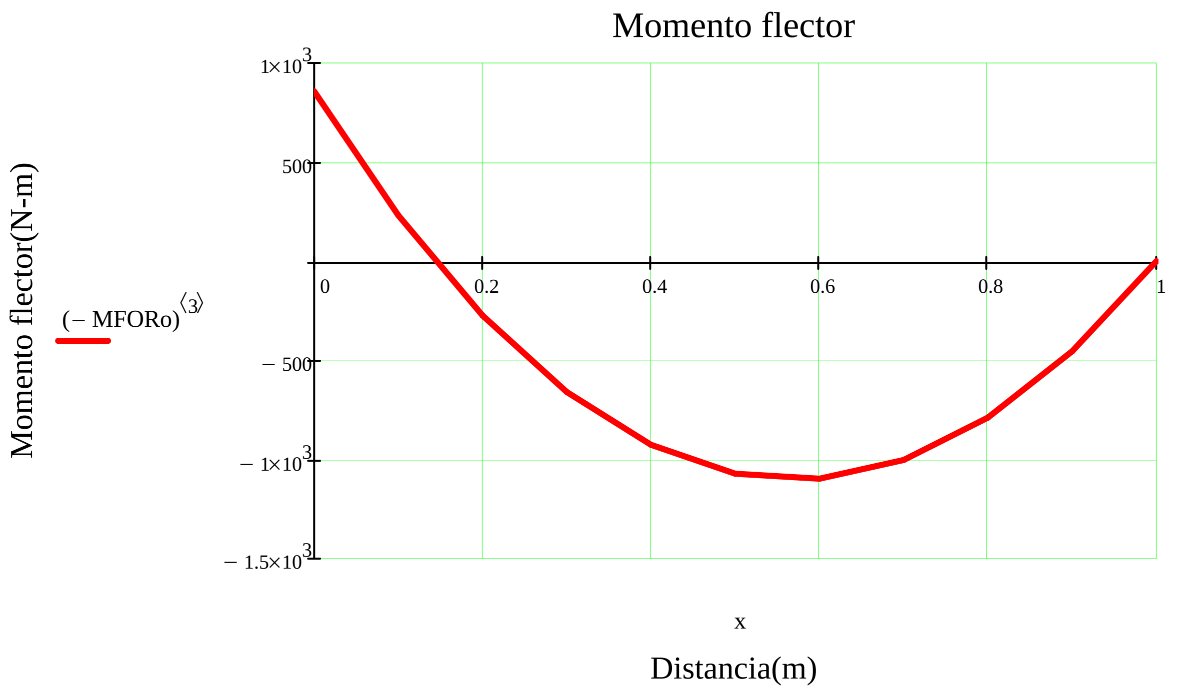
TABLE: Element Forces - Frames			
Frame	**Station**	**V2**	**M3**
Text	m	N	N-m
2	0	-6857.14	-857.14
2	0.1	-5657.14	-231.43
2	0.2	-4457.14	274.29
2	0.3	-3257.14	660
2	0.4	-2057.14	925.71
2	0.5	-857.14	1071.43
2	0.6	342.86	1097.14
2	0.7	1542.86	1002.86
2	0.8	2742.86	788.57
2	0.9	3942.86	454.29
2	1	5142.86	-7.745E-13

V2 M3

MFORo =

	1	2	3
1	0	-6856.8	-856.96
2	0.1	-5656.8	-231.28
3	0.2	-4456.8	274.4
4	0.3	-3256.8	660.08
5	0.4	-2056.8	925.76
6	0.5	-856.8	1071.44
7	0.6	343.2	1097.12
8	0.7	1543.2	1002.8
9	0.8	2743.2	788.48
10	0.9	3943.2	454.16
11	1	5143.2	-0.16





Conclusiones:

- El método de los elementos finitos, es ideal para analizar estructuras mediante programación, esta vez se hizo detalladamente, con la finalidad de ver el proceso "paso a paso".
- Inicialmente se calcula la estructura tomando a todos los elementos con nudos en sus extremos, luego para obtener los gráficos de desplazamientos y esfuerzos(las ecuaciones) se vuelve a subdividir a cada elemento, tomando como argumentos los resultados de la primera etapa y se procede de la misma manera. Los gráficos no son mas que unión de pares de puntos mediante líneas de los resultados evaluados sobre el elemento, para el ejemplo se subdividió en 10 elemento(11 nudos). De esta opción dispone sap2000 12.0.0, el Etabs 9.5, FEM4849 v5.3 sr6 con su módulo "QUERY". Teniendo los valores para una serie de puntos sobre el elemento, una forma de obtener la ecuación, es buscar su línea de tendencia mediante regresión, el mejor ajuste!.

Autor: Edmundo Canchari Gutiérrez

Comentarios y sugerencias: cgedmundo@gmail.com

Visite: http://cgedmundo.wordpress,com